# ［基礎科目（物理学）］

［問題］以下の文章を読み，問 A ～ E に答えよ．

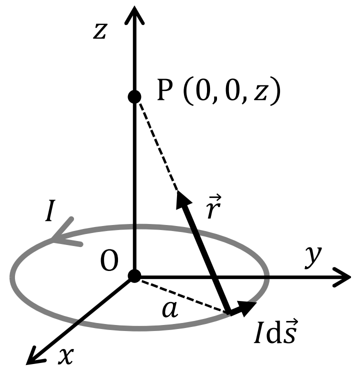


図 1　半径 $a$ の円電流.

図 1 のように，$xy$ 平面上で原点 O を中心として半径 $a$ の円環状の導線を流れる大きさ $I$ の電流（円電流）が，中心軸である $z$ 軸上の点 P $(0,0,z)$ に作る磁場を考える．導線に沿った任意の電流素片 $I\mathrm{d}\vec{s}$ がその点からの位置 $\vec{r}$ に作る磁場 $\mathrm{d}\vec{B}$ は Biot–Savart の法則より

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{s}\times\vec{r}}{r^3}$$

と表される．ただし，$\mu_0$ は真空の透磁率，$r=|\vec{r}|$ である．円電流上の点と点 P との距離は $\boxed{\text{ア}}$ であることから，電流素片が点 P に作る磁場 $\mathrm{d}\vec{B}_1$ は，電流素片の位置から点 P へ向かう単位ベクトルを $\vec{e}_r$ として

$$\mathrm{d}\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{s}\times\vec{e}_r}{\left(\boxed{\text{ア}}\right)^2} \tag{1}$$

と表される．式 (1) を円環全体で積分すると，$z$ 軸と直交する成分は相殺されるため，点 P における磁場は $z$ 軸方向成分だけが残り，その大きさ $B_1$ は

$$B_1 = \mu_0 I\,\boxed{\text{イ}} \tag{2}$$

となる．また，原点 O での磁場は $z=0$ とすることで計算でき，$\mu_0 I\,\boxed{\text{ウ}}$ となる．

次に，図 2 のように半径 $a$，長さ $l$，単位長さあたりの巻き数が $n$，中心軸が $z$ 軸の有限長ソレノイドに，大きさ $I$ の電流が流れているときの単位長さあたりの自己インダクタンスを考える．ソレノイドは$xy$ 平面上の円電流を積層したものと考える．このとき，$z=0$ から$\mathrm{d}z'$ の微小領域の円電流が，点 P に作る磁場 $\mathrm{d}B_2$ は $\boxed{\quad エ \quad}$ と表される．有限長ソレノイドが点 P に作る磁場 $B_2$ は，座標 $z'$ について積分を行うことで求められ

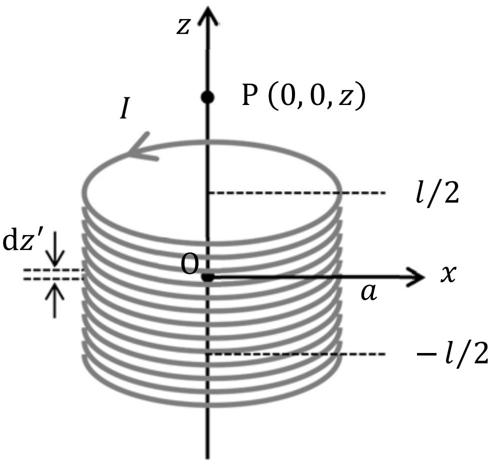

図 2　半径 $a$ のソレノイド.

$$B_2 = \frac{\mu_0 nI}{2}\left(\frac{z+l/2}{\sqrt{a^2+(z+l/2)^2}} - \frac{z-l/2}{\sqrt{a^2+(z-l/2)^2}}\right) \tag{3}$$

と表される．ソレノイド内部において $z$ 軸に垂直な同一平面内の磁場は均一に分布しているものとすると，$z$ 軸と垂直なソレノイド断面を貫く磁束は $\pi a^2 \cdot B_2$ で与えられる．したがって，ソレノイド内部で長さ $\mathrm{d}z'$ あたりの磁束鎖交数 $\mathrm{d}\Phi$ は

$$\mathrm{d}\Phi = n\mathrm{d}z' \cdot \pi a^2 \cdot B_2$$

と表される。ソレノイド内部全体を貫く磁束鎖交数を $\Phi$ とすると，単位長さあたりの自己インダクタンス $L$ は $L=\Phi/I$ の関係式から求められ

$$L = \mu_0 \pi a^2 n^2 \boxed{\quad オ \quad} \tag{4}$$

と表される．

また，①<u>ソレノイドが無限に長い場合を考えると，式 (3) よりソレノイド内部の磁場は $\mu_0 nI$ となり，ソレノイド外部の磁場は 0 となる</u>.

問 A　空欄 $\boxed{\quad ア \quad}$ 〜 $\boxed{\quad ウ \quad}$ に入る数式を $a$， $z$ を用いて表せ．ただし，$\boxed{\quad イ \quad}$ については導出過程も記述すること.

問 B　空欄 $\boxed{\quad エ \quad}$ に入る数式を $B_1$， $n$， $\mathrm{d}z'$ を用いて表せ.

問 C　式(3)を導出せよ．ただし，

$$\int \frac{dx}{(a^2+x^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2\sqrt{a^2+x^2}} + (\text{定数})$$

である．

問 D　空欄 $\boxed{\text{オ}}$ に入る数式を $a$，$l$ を用いて表せ．導出過程も記述すること．

問 E　下線①に関して, 非常に長いソレノイドにおいて動径方向に対するベクトルポテンシャルの大きさ $|\vec{A}|$ として最も適切に表している図を，以下の(あ)～(え)から選択して答えよ．