［基礎科目（物理学）］

［問題１］以下の文章を読み，問 A～D に答えよ．

原子を表すモデルの一つとして原子核と電子雲から成る系を考える．原子番号を Z として，原子核と電子雲をそれぞれ点電荷＋Ze と球状電荷－Ze で表す（図１）．ただし，電子雲の電荷は半径 r の球内に一様に分布しているとし，真空の誘電率は ε_0 とする．

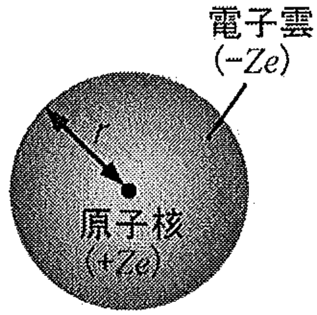

図１　原子のモデル

まず電子雲のみが存在すると考え，電子雲のつくる電場 E を電子雲の中心からの距離$\delta(<r)$の関数として求めよう．半径δの球に対してガウスの法則を適用することにより，

$$4\pi\delta^2 E\times\varepsilon_0=\boxed{\ \text{ア}\ } \tag{1}$$

が成り立つ．ただし式(1)の右辺は，半径δの球の内部に含まれる電荷に対応する．式(1)を整理して

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\delta^2}\times\boxed{\ \text{ア}\ } \tag{2}$$

を得る．

次に原子核と電子雲からなる系を考え，この系に外部から静電場 E_{ext} が印加されたとする．このとき図２のように，静電場に沿って原子核と電子雲の中心が相対的にδだけ変位し，①<u>原子核に関して，外部電場 E_{ext} による力と電子雲のつくる電場Eによる力とが釣り合う</u>．ただし外部電場は十分小さいため，$\delta \ll r$ が成り立っており，また電子雲の形状は変化しないものとする．この力の釣り合いの条件を用いると，$p=Ze\delta$ により与えられる誘導双極子モーメント p は

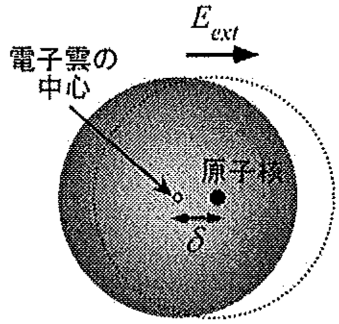

図２　原子核と電子雲の中心の相対的な変位

$$p=\alpha E_{ext} \tag{3}$$

の形に整理できる．ここで，α は原子分極率と呼ばれ，

$$\alpha=\boxed{\ \text{イ}\ } \tag{4}$$

と表される．

問 A　文章中の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ に入る適切な数式を答えよ．
問 B　下線部①に関して，原子核に関する力の釣り合いを表す等式を，E を用いないで示せ．
問 C　文章中の空欄 $\boxed{\text{イ}}$ に入る適切な数式を，導出過程を明記して答えよ．
問 D　式(4)に基づき，以下の希ガス原子を分極率が大きい順に並べよ．
【アルゴン，ヘリウム，ネオン】

［問題 2］以下の文章を読み，問 A～D に答えよ．

原子の古典的モデルの一つとして，質量 m，電荷 $-e$ の電子が仮想的なばねにより原子核に束縛された一次元系を考える．ただし原子核は静止しているものとし，ばねの平衡位置 $x=0$ からの変位 x に比例した引力（比例定数を $m\omega_0^2$ とする）を受けて，電子が一次元運動をする．また，電子には摩擦力が働かないものとする．

この原子に対して，x 方向に偏光した光電場 $E(t)$ が入射したとすると，電子の従う一次元の運動方程式は

$$m\frac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2}=\boxed{\text{ウ}} \tag{5}$$

である．光電場が $E(t)=E_0\exp(-i\omega t)$ で与えられるとき，$x(t)=x_0\exp(-i\omega t)$ の形で表せるとして式(5)を解くことで，

$$x_0=-\boxed{\text{エ}} \tag{6}$$

が得られる．この原子により構成された，単位体積あたり N 個の原子を含む気体を考えると，$P(t)=-Nex(t)$ により与えられる巨視的分極 $P(t)$ は

$$P(t)=\varepsilon_0\chi E(t) \tag{7}$$

の形に整理できる．ここで，ε_0 は真空の誘電率である．一方，χ は感受率と呼ばれ，

$$\chi=\frac{Ne}{\varepsilon_0E_0}\times\boxed{\text{エ}} \tag{8}$$

と表される．感受率 χ と屈折率 n とは

$$n=\sqrt{1+\chi} \tag{9}$$

という関係を満たす．ここで，気体が十分希薄で $\chi<<1$ が成り立っているとし，式(9)において，n を χ の関数と見なして $\chi=0$ まわりでテイラー展開し，χ についての１次の項まで考慮することで，②式(9)に関する近似式が得られる．この

近似式を用いると，屈折率 n は

$$n = 1 + \boxed{\quad オ \quad} \tag{10}$$

と表される．

問A　文章中の空欄 $\boxed{\quad ウ \quad}$ ， $\boxed{\quad エ \quad}$ に入る適切な数式を答えよ．

問B　下線部②に関して，近似式を χ を用いて示せ．

問C　文章中の空欄 $\boxed{\quad オ \quad}$ に入る適切な数式を，χ を用いないで答えよ．

問D　式(10)に基づき，$\omega > \omega_0$ が成り立っているとき，以下を大きい順に並べよ．

【光速度 c，位相速度 v_p，群速度 v_g】

ただし，位相速度 v_p および群速度 v_g はそれぞれ $v_p = \dfrac{c}{n}$ および

$v_g = c \times \left(\dfrac{d}{d\omega}(n\omega) \right)^{-1}$ により与えられる．