[物理学 I] （全 1 題）

[問題 1]

誘電率ε と透磁率μ が一様な物質中に真電荷と伝導電流の存在しない場合のマクスウェル方程式は（MKSA 有理単位系で）、

$$div\mathbf{D} = 0 \qquad (1)$$

$$div\mathbf{B} = 0 \qquad (2)$$

$$rot\mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{B} \qquad (3)$$

$$rot\mathbf{H} = \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{D} \qquad (4)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} \qquad (5)$$

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \qquad (6)$$

で与えられる。

マクスウェル方程式を満たす波数ベクトルが $\mathbf{k}$、角振動数が ω の平面波は、ベクトル場を一般に$\mathbf{A}$と書くことにして、

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \mathrm{Re}\,\mathbf{A}_0 \exp\{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)\} \qquad (7)$$

の形を持つ。ここで Re はその次に現われる式の実数部を表わす記号である。

問A　マクスウェル方程式に現われるすべてのベクトル場が（7）式の形を持っているときには、その平面波は横波である ——即ち、すべてのベクトル場と波数ベクトル $\mathbf{k}$ は直交している——ことを示せ。さらに、電場ベクトル $\mathbf{E}$ と磁場ベクトル $\mathbf{H}$ も直交していることを示せ。

問B　前問に続いて、さらに波数ベクトル $\mathbf{k}$ と角振動数 ω の間には、

$$\mathbf{k}^2 = \omega^2\varepsilon\mu \qquad (8)$$

の関係があることを示せ。このことから c を真空中の光速度として、

$$n = c\sqrt{\varepsilon\mu} \qquad (9)$$

は屈折率と理解されることを説明せよ。

さて次に、平らな境界面で一様な物質 1 と 2 が接している場合を考える。物質 1 と 2 の屈折率をn_1、 n_2とする。

問C　境界面をよぎる閉曲線を考え、（３）式および（４）式にストークスの定理を適用することにより、$\mathbf{E}$ および $\mathbf{H}$ の境界面における接線成分は連続であることを示せ。

ここで境界面を $z=0$ とし、物質１の側から境界面に向けて入射角（境界面の法線ベクトルと波数ベクトル $\mathbf{k}$ のなす角）α で平面波を入射する。波数ベクトル $\mathbf{k}$ は (x,z) 面に平行とし、入射波の電場ベクトル $\mathbf{E}$ は、y 成分のみを持つものとする。この入射波は境界面で反射波と屈折波を生む。これらの波の波数ベクトル $\mathbf{k}'$、$\mathbf{k}''$ も (x,z) 面に平行であり、電場ベクトル $\mathbf{E}'$、$\mathbf{E}''$ も y 成分のみを持つ。反射角を β、屈折角を γ とし、$\mathbf{E}$、$\mathbf{E}'$、$\mathbf{E}''$ の y 成分がそれぞれ、

$$E_y = \mathrm{Re}\,E_1 \exp\{i(k_x x + k_z z - \omega t)\} \qquad (10)$$

$$E'_y = \mathrm{Re}\,E_2 \exp\{i(k'_x x + k'_z z - \omega' t)\} \qquad (11)$$

$$E''_y = \mathrm{Re}\,E_3 \exp\{i(k''_x x + k''_z z - \omega'' t)\} \qquad (12)$$

で与えられるものとする。

問D　電場ベクトルが上の様に与えられている場合に対して、問B、問Cで示した結果を用いて、平面波の入射角、反射角、屈折角の関係を求めよ。

問E　入射角 α が、

$$\sin\alpha > (n_2/n_1) \qquad (13)$$

を満たすときには、（１２）式の k''_z は虚数となることを示せ。この時は何が起こっているのか推測せよ。k''_z の虚数値はいかなる物理的意味を持つのか。